

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۶/۲۱

# آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۳	فصل ۱ (درس ۵) فصل ۲ (درس ۳)	فصل ۱ (درس ۲)
هندسه	فصل ۳	—	فصل ۱
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۳: تا سر معادله هم‌نهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- اگر  $f = \{(1, 3), (2, -1), (3, 1)\}$  و  $g(x) = 2 - f^{-1}(1 - 2x)$  تابع  $g$  کدام است؟

- (۱)  $\{(3, 2), (-1, 1), (1, 0)\}$   
 (۲)  $\{(-1, 1), (1, 0), (0, -1)\}$   
 (۳)  $\{(1, -1), (0, 2), (-1, 3)\}$   
 (۴)  $\{(-1, -1), (1, 0), (3, 1)\}$

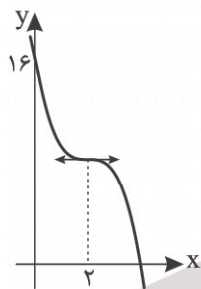
۲- اگر  $g^{-1}(x) = 2 + \frac{3}{x}$  به طوری که  $f(x) = 3g(\frac{x}{3})$  مقدار  $f^{-1}(18)$  چه عددی است؟

- (۱) ۳  
 (۲) ۶  
 (۳) ۵  
 (۴) ۹

۳- تابع  $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$  مفروض است. نمودار تابع  $y = f \circ f(x)$  نمودار وارون خود را در نقطاتی به طول  $\alpha$  و  $\beta$  قطع می‌کند. حاصل  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  کدام است؟

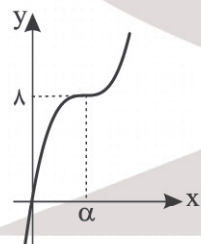
- (۱) ۱  
 (۲) -۱  
 (۳) ۲  
 (۴) -۲

۴- نمودار  $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$  به شکل زیر است. باقیمانده تقسیم  $f(1-2x) + xf(x)$  بر  $x+1$  چه عددی است؟



- (۱) ۴۲  
 (۲) -۲۷  
 (۳) -۲۸  
 (۴) ۴۱

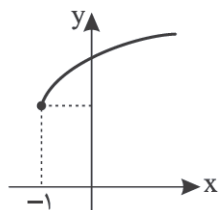
۵- نمودار  $f(x) = (x-\alpha)^3 + \beta$  مطابق شکل زیر است. نمودار  $g(x) = (x+\beta)^3 - \alpha$  از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟



- (۱) اول  
 (۲) دوم  
 (۳) سوم  
 (۴) چهارم

محل انجام محاسبات

۶- اگر نمودار  $f$  شکل زیر باشد به طوری که مجموعه جواب نامعادله  $f(3x+a) \leq f(-\frac{x}{4})$  یک مجموعه جواب تک‌عضوی  $\{a\}$  باشد، مقدار



$a\alpha$  کدام است؟

۱۴ (۱)

-۴ (۲)

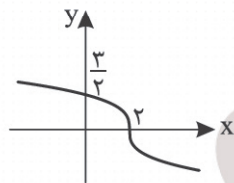
-۱۴ (۳)

۴ (۴)

۷- نمودار تابع  $f(x) = 2x - x^2$  را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و سه واحد به راست انتقال می‌دهیم. در بزرگ‌ترین بازه‌ای که نزولی اکید است، ضابطه وارون آن کدام است؟

$y = 2 - \sqrt{x+1}$  (۴)       $y = 1 - \sqrt{x+2}$  (۳)       $y = 1 - \sqrt{x-2}$  (۲)       $y = 2 - \sqrt{x-1}$  (۱)

۸- هرگاه  $f(x) = \sqrt[3]{2x+1} - 1$  و نمودار تابع  $y = g(x)$  مطابق شکل زیر باشد، جواب نامعادله  $f \circ g \circ f(x) \leq 0$  کدام است؟



$[2, 4]$  (۱)

$[-1, 2]$  (۲)

$(-\infty, 4]$  (۳)

$[13, +\infty)$  (۴)

۹- اگر  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  را ۴ واحد به راست انتقال دهیم و حاصل را نسبت به خط  $y = x$  قرینه کنیم، تابع  $g(x)$  به دست می‌آید. حاصل  $f \circ g(8)$  چه عددی است؟

$2 + 4\sqrt{2}$  (۴)       $2 + 2\sqrt{2}$  (۳)       $4 + 2\sqrt{2}$  (۲)       $8 + 4\sqrt{2}$  (۱)

۱۰- چندجمله‌ای  $P(x) = x^4 + ax^3 + bx - 2$  بر  $x - 2$  بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر  $x + 1$  برابر ۳ است. مقدار  $a^2 + b$  کدام است؟

۶ (۴)      -۴ (۳)      -۲ (۲)      ۱۰ (۱)

۱۱- اگر باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $f(x) = x^5 - 3x^2 + ax + b$  بر  $x^2 - 3x + 2$  برابر  $2x - 1$  باشد، باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای  $xf(x-2) - 2f(5-x)$  بر  $x - 3$  کدام است؟

-۳ (۴)      -۶ (۳)      ۴ (۲)      ۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۲- هرگاه باقیمانده چندجمله‌ای  $f$  بر  $x-1$  و  $x+3$  به ترتیب  $-3$  و  $1$  باشد، باقیمانده  $f$  بر  $x^2+2x-3$  کدام است؟

- (۱)  $x$  (۲)  $-x-2$  (۳)  $3$  (۴)  $-3$

۱۳- اگر  $11 = x - \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{x}}$ ، حاصل  $x - \sqrt{10x}$  کدام عدد است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  (۴)  $1 - \sqrt{10}$

۱۴- اگر  $A = \frac{2}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1} - \frac{3}{\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} + 1}$  باشد، ساده شده  $A$  کدام است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\sqrt[3]{5}$  (۴)  $-1$

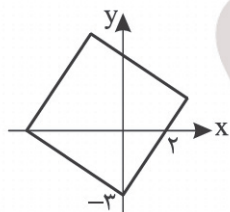
۱۵- حاصل  $P = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 1$  به ازای  $x = 2 + \sqrt[3]{3}$  کدام است؟

- (۱)  $15$  (۲)  $18$  (۳)  $21$  (۴)  $24$

۱۶- در مستطیل  $ABCD$  ضلع  $AB$  با معادله  $y = 3x - 2$  و رأس  $A$  با طول  $2$  روی آن داده شده است. هرگاه  $C(-3, -1)$  باشد، مساحت مستطیل چه عددی است؟

- (۱)  $10$  (۲)  $40$  (۳)  $20$  (۴)  $36$

۱۷- با توجه به شکل زیر، مساحت مربع چه عددی است؟



- (۱)  $29/75$

- (۲)  $28/25$

- (۳)  $28/75$

- (۴)  $29/25$

۱۸- هرگاه  $A(3, 3)$ ،  $B(0, 2)$  و  $C(4, 5)$  مختصات سه رأس مثلث باشند، اندازه ارتفاع  $AH$  کدام است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) هر چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن هم‌اندازه و موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است.

(ب) اگر در مثلثی اندازه میانه وارد بر یک ضلع، نصف اندازه آن ضلع باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.

(ج) در هر چهارضلعی که دو قطر آن برهم عمود باشند، مساحت آن برابر با نصف حاصل ضرب قطرهایش است.

(د) اگر وسط‌های اضلاع هر چهارضلعی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید.

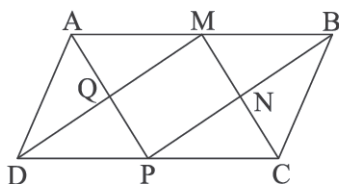
- (۱)  $4$  (۲)  $3$  (۳)  $2$  (۴)  $1$

محل انجام محاسبات

۲۰- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با یک زاویه حاده  $22/5^\circ$ ، طول وتر  $4\sqrt{3}$  است. مساحت این مثلث برابر کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{3}$       (۲)  $6\sqrt{3}$       (۳)  $4\sqrt{2}$       (۴)  $6\sqrt{2}$

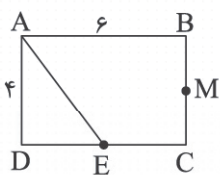
۲۱- در شکل زیر چهارضلعی  $MNPQ$  از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  پدید آمده است. اگر  $AB = 6$  باشد،



حاصل  $MN^2 + MQ^2$  کدام است؟

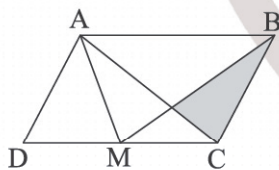
- (۱) ۶  
(۲) ۹  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۸

۲۲- در مستطیل  $ABCD$  به اضلاع ۶ و ۴، نقطه  $E$  وسط ضلع  $CD$  قرار دارد. فاصله نقطه  $M$  وسط ضلع  $BC$  از پاره خط  $AE$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{13}$   
(۲)  $\sqrt{15}$   
(۳)  $3/6$   
(۴) ۴

۲۳- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  نقطه  $M$  وسط  $CD$  قرار دارد. اگر مساحت متوازی‌الاضلاع برابر  $60$  باشد، مساحت ناحیه رنگی کدام است؟



- (۱) ۲۴  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۵  
(۴) ۱۰

۲۴- در مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  به مساحت  $27\sqrt{3}$ ، نقطه  $O$  درون مثلث از اضلاع  $AB$  و  $AC$  به ترتیب به اندازه ۶ و ۲ واحد فاصله

دارد. مساحت مثلث  $OBC$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$       (۲)  $3\sqrt{3}$       (۳)  $4\sqrt{3}$       (۴)  $6\sqrt{3}$

۲۵- اگر از تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای ۲ واحد کم کرده و به تعداد نقاط درونی آن ۲ واحد اضافه کنیم، چندضلعی شبکه‌ای

دیگری به دست می‌آید که مساحت آن  $1/5$  برابر مساحت چندضلعی اولیه است. حداکثر تعداد نقاط درونی چندضلعی اولیه کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 3 & n \end{bmatrix}$  و  $B = [b_{ij}]_{n \times m}$  با درایه‌های  $j - i = b_{ij}$  باشد، آنگاه حاصل دترمینان  $AB$  برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -3 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -3 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل دترمینان ماتریس  $AB - A^T + 2B$  کدام است؟

- (۱) -۶۴ (۲) -۸ (۳) -۴ (۴) ۱۶

۲۸- اگر  $A^{-1} = A$  و  $A = \begin{bmatrix} 0 & b-a \\ \frac{1}{2} & a+b \end{bmatrix}$  باشد، حاصل دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} 2b & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  چقدر از دترمینان ماتریس  $A$  بیشتر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹- ماتریس  $2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 \\ 3 & |A| \end{bmatrix}$  وارون‌پذیر و  $|A| > 1$  است. مجموع درایه‌های قطر فرعی ماتریس  $3A^{-1}$  برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۰- اگر  $A, B, C$  ماتریس‌هایی مربعی از مرتبه ۳ بوده و  $|B| = 4$  و  $|C| = 2$  و  $B^T AC^T = 4I$  باشد، آنگاه  $|A|$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۳۲

۳۱- چه تعداد عدد طبیعی دورقمی متعلق به  $[7]_{12}$  هستند؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳۲- اگر هر دو هم‌نهشتی  $57 \equiv m \pmod{147}$  و  $1285 \equiv m \pmod{1404}$  برقرار باشند، آنگاه  $m$  چند مقدار طبیعی دورقمی می‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۳- اگر دو عدد  $a$  و  $b$  در تقسیم بر ۱۳ به ترتیب باقیمانده‌های ۳ و ۷ داشته باشند، آنگاه باقیمانده تقسیم عدد  $53a^3 - 12b^5$  بر ۱۳ کدام خواهد بود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۸

۳۴- باقیمانده تقسیم  $2^4$  بر ۱۵، برابر ۱ شده است.  $n$  کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۶

۳۵- کدام یک از اعداد زیر در تقسیم بر ۷ باقیمانده بزرگ‌تری دارد؟

- (۱)  $2^{19}$  (۲)  $2^{20}$  (۳)  $2^{21}$  (۴)  $2^{22}$

محل انجام محاسبات

۳۶- هم‌نهشتی  $12^5 \equiv 11^5 - 23^5$  برقرار است.  $m$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۲۹ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۳ (۴) ۱۳۲

۳۷- عدد  $A = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 50!$  به کدام یک از مجموعه‌های زیر متعلق است؟

- (۱)  $[3]_9$  (۲)  $[3]_6$  (۳)  $[3]_8$  (۴)  $[3]_7$

۳۸- اگر عدد طبیعی  $a$  چنان باشد که  $392 \equiv 14a \pmod{35}$ ، آنگاه کدام یک از هم‌نهشتی‌های زیر برقرار خواهد بود؟

- (۱)  $a \equiv 28 \pmod{7}$  (۲)  $a \equiv 3 \pmod{5}$  (۳)  $a \equiv 28 \pmod{35}$  (۴)  $a \equiv 1 \pmod{3}$

۳۹- عدد  $\overline{32a5a}$  مضرب ۱۱ است. باقیمانده آن عدد بر ۹ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹

۴۰- اگر سوم اردیبهشت سالی پنج‌شنبه باشد، آنگاه کدام یک از تاریخ‌های زیر در آن سال سه‌شنبه خواهد بود؟

- (۱) ۵ مهر (۲) ۲۰ مهر (۳) ۲۳ مهر (۴) ۲۸ مهر